МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

Утверждаю
на Ученом совете ФГБОУ ВО
«Дагестанский государственный университет»
протокол № 3 от 25.11. 2021г.

Ректор университета

_____________ Рабаданов М.Х.

ПРОГРАММА-МИНИМУМ
кандидатского экзамена по специальности
1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика

Махачкала 2021

Программа кандидатского экзамена по специальности 1.1.2 - Дифференциальные уравнения и математическая физика (физико-математические науки) составлена на основе паспорта научной специальности и учебного плана ДГУ по основной образовательной программе аспирантской подготовки.

Составитель: Сиражудинов М.М., д.ф.-м.н., профессор

Программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры «дифференциальные уравнения и функциональный анализ» 29 октября 2021 года, протокол № 2.

Заведующий кафедрой
дифференциальных уравнений
и функционального анализа ____________ Сиражудинов М.М.

Программа кандидатского экзамена утверждена
на заседании Совета факультета математики и компьютерных наук
29 октября 2021 года, протокол №2.

Декан факультета
математики и компьютерных наук ___________ Якубов А.З.

Программа кандидатского экзамена согласована:

Начальник Управления
аспирантуры и докторантуры
«01» ____11____ 2021 г. ________________ Э.Т. Рамазанова

I. *Обыкновенные дифференциальные уравнения*.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для линейных и нелинейных систем первого порядка. [1, § 3,21]
2. Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами и специальными правыми частями. [1, § 7,8,10,12,14], [22].
3. Линейные уравнения и системы с переменными коэффициентами. Многообразие решений. Формула Лиувилля-Остроградского. [1, § 14,17,18].
4. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных условий и от параметров. [1, § 23].
5. Гладкость решения по начальным данным и параметрам. [1, § 24].
6. Автономные системы. Классификация особых точек. [1, § 15,16].
7. Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. [1, § 26].
8. Предельные циклы. [1, § 28].
9. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. [2, часть 2, гл.1, § 1].
10. Элементы вариационного исчисления. Функция Лагранжа (лагранжиан). Условия экстремума. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Энергия. Импульс. Гамильтониан. Уравнения Гамильтона-Якоби. [2, часть 1, гл.2], [3, гл.1], [9, часть 1, гл.5, § 31-36, гл.6, § 37,38].
11. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина. [3, гл.1].
12. Теоремы Фредгольма для интегральных уравнений второго рода. [4, гл. 4, § 17,18], [7, гл. 2, § 4].
13. Интегральные уравнения с эрмитовым ядром. Теорема Гильберта-Шмидта. [4, гл. 4, § 19-20], [7, гл. 2, § 5].

II. *Уравнения с частными производными*

14. Понятие о характеристиках уравнений в частных производных. Задача Коши; теорема Ковалевской. Классификация уравнений в частных производных. [4, гл. 1, § 3], [6, гл. 1, § 2,3], [7, гл. 1, § 1,2].
15. Физические задачи, приводящие к эллиптическим уравнениям. Свойства гармонических функций (гладкость, теоремы о среднем, принцип максимума, теорема об устранимой особенности, теорема Лиувилля). Фундаментальное решение уравнения Лапласа. [4, гл. 1, § 2, гл. 5, § 24,27], [5, гл. 4, § 1,2], [6, гл. 3, § 27-30], [7, гл. 1, § 3, гл. 4, § 3].

16. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом потенциалов. Разностные методы решения краевых задач. [4, гл. 5, § 27,28,31], [5, гл. 4, § 5, дополнение 1, § 3], [6, гл. 3, § 31-36], [8, гл. 6].
17. Обобщенные решения основных краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Разрешимость краевых задач и гладкость обобщенных решений. [7, гл. 4, § 1,2], [8, гл. 2].
18. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка, метод Ритца. [7, гл. 4, § 1, п.9].
19. Задачи на собственные значения. Разложение в ряды по собственным функциям. [4, гл. 5, § 21,22], [7, гл. 4, § 1, п.3-5], [8, гл. 2].
20. Физические задачи, приводящие к параболическим уравнениям. Свойства решений однородного уравнения теплопроводности (гладкость, принцип максимума). Фундаментальное решение. Задача Коши. [4, гл. 1, § 2, гл. 3, § 11,16], [5, гл. 3, § 1, гл. 4, § 1], [6, гл. 3, § 38-40], [7, гл. 6, § 1], [8, гл. 3].
21. Основные смешанные задачи для уравнения теплопроводности; классические и обобщенные решения смешанных задач; решение смешанных задач методом Фурье. Решение смешанных задач методом конечных разностей. [4, гл. 6, § 34], [5, дополнение 1, § 2], [6, дополнение § 42,43], [7, гл. 6, § 2], [8, гл. 3,6].
22. Физические задачи, приводящие к гиперболическим уравнениям. Конечная гладкость решений волнового уравнения. Фундаментальное решение. Задача Коши. [4, гл. 1, § 2, гл. 3, § 12-14], [5, гл. 2, § 2, гл. 5, § 1,2], [6, гл. 2, § 11-13], [7, гл. 5, § 1], [8, гл. 4].
23. Основные смешанные задачи для волнового уравнения. Метод Фурье решения смешанных задач. Метод Галеркина решения смешанных задач для
волнового уравнения. [4, гл. 6, § 33], [5, гл. 2, § 3, гл. 5, § 3], [6, гл. 2, § 1723], [7, гл. 5, § 2], [8, гл. 4].
24. Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста; преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. [4, гл. 2, § 5-9, гл. 3, § 11].
25. Пространства дифференцируемых функций H^k. Эквивалентные нормировки пространств H^1 и H^1. Вложение пространства $H^k \square C^l$.
[2, часть 1, гл. 3], [7, гл. 3, § 3-6], [8, § 1-7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики, т. IV, части 1 и 2. М.: Наука, 1981.
3. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1984.
5. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
6. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматгиз, 1961.
7. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
8. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
9. Дубровин Б.А., Новиков С. П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. М.: Наука, 1986.
10. Рагимханов Р.К., Сиражудинов М.М. Функции с ограниченной вариацией. Интеграл Стилтьеса и его приложения. – Махачкала, ДГУ, 2008
11. Садовничий В.А. Теория операторов. Изд-во МГУ, 2003
12. Власов А.Н., Мерзляков В.П. Усреднение деформационных и прочностных свойств в механике. М.: Наука, 2009.